

**Фартушний І.Д.,**  
канд. фіз.-мат. наук,  
**Барсук О.А.**

Національний технічний університет України «КПІ»

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОРТФЕЛЯ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

*Статтю присвячено проблемі вибору оптимального портфеля серед множини доступних. Розглянуто модифіковану неокласичну модель Марковіца, яка допомагає вибрати оптимальну множину розв'язків (активів у інвестиційному портфелі) та проаналізовано інвестиційний портфель КБ «ПриватБанк» (наскільки його реальний портфель відповідає змодельованим результатам). Розроблено вдосконалення класичної моделі – використання семіваріації як міри ризику.*

*The article is devoted to the issue of the day of portfolio choice of commercial banks. The neoclassical, modified mathematical model of Markowitz which helps to choose optimal set of solutions (assets in the investment portfolio) is considered in it. Also the investment portfolio of the bank "Privat" was analyzed to see how its real distribution of assets differ from the modeled results. In this article was worked out a development of a classical model: using a semivariation as a measurement of risk.*

**Ключові слова:** оптимальна структура портфеля, семіваріація, індикатор сприятливих відхилень, доходність.

**Вступ.** Формування й успішна діяльність банківської системи, входження вітчизняних банків у міжнародний бізнес значною мірою залежить від кваліфікації, знань та умінь банківських працівників управляти фінансами, вдало вирішувати, впливати на ефективність діяльності банківської установи. Тому для успішної діяльності банківських і небанківських установ, особливо в час економічного спаду, моделювання структури портфеля є вкрай необхідним.

Аналізу та методам розрахунку оптимального портфеля, найбільш вигідному плану розподілу і перерозподілу інвестицій присвячено велику кількість досліджень. Економіко-математична модель задачі вибору оптимальної структури портфеля вперше запропоновано Г. Марковіцем. Інший відомий американський вчений-економіст Д. Тобін узагальнив її, показавши, що оптимальна структура портфеля цінних паперів не залежить від схильності (несхильності) інвестора до ризику [2].

Вітчизняні вчені також активно розвивали теорію управління інвестиційними портфелями. Так, Б. Луців запропонував підхід до моделювання банківської інтегрованої системи формування і управління інвестиційним портфелем. Б. Пшик розглянув сучасні методи прийняття управлінських рішень. Л. Дума та М. Бурда розглядають випадок оптимізації портфеля цінних паперів з невідомими середніми. Проте і на сьогодні серед вітчизняних вчених немає єдиної думки щодо моделювання оптимального інвестиційного портфеля комерційного банку [3].

**Постановка завдання.** Метою статті є побудова оптимальної структури портфеля комерційного банку з використанням семіковаріації замість коваріаційної характеристики як міри ризику в класичній задачі Марковіца, що дає змогу уникнути одного з недоліків цієї моделі – припущення, що коливання норми доходу портфеля в обидві сторони від сподіваної величини однаково небажані. Для досягнення мети поставлено такі завдання:

- 1) аналіз проблеми формування портфеля;
- 2) застосування модифікованої моделі Марковіца для знаходження його оптимальної структури;
- 3) формування пропозиції з удосконалення механізму управління інвестиційним портфелем банку.

**Методологія.** Для розв'язку поставлених завдань використано методи економіко-статистичного аналізу та нелінійної багатопараметричної оптимізації. Об'єктом дослідження є діяльність КБ «Приватбанк» з управлінням інвестиційним портфелем.

**Результати дослідження.** Заснований у 1992 р., комерційний банк «ПриватБанк» є одним з найбільших учасників фондового ринку в Україні, найбільшим банком з вітчизняним капіталом та має найбільший кредитно-інвестиційний портфель.

Формально економіко-математичну модель класичної моделі Марковіца можна подати у вигляді такої двокритеріальної задачі вибору оптимального рішення:

$$m_{\bar{i}} = M(R_{\bar{i}}) = \sum_{i=1}^N x_i r_i \rightarrow \max;$$

$$s_{\bar{i}}^2 = D(R_{\bar{i}}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N x_i x_l s_{il} \rightarrow \min;$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1;$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N.$$

де  $m_{\bar{i}}$  – доходність,  $d_{\bar{i}}^2$  – ризик,  $x_i$  – частка капіталу, вкладеного в  $i$ -у групу активів,  $r_i$  – очікувана доходність  $i$ -ї групи активів,  $K_{ij}$  – коваріація між доходностями груп активів  $i$  та  $j$  [1].

Проте ця модель має велику кількість недоліків, а неокласична теорія портфеля намагається відшукати шляхи їх усунення. Наприклад, у класичній теорії використовується гіпотеза, що коливання норми доходу портфеля в обидві сторони від сподіваної величини однаково небажані. Проте, звісно, ризик пов’язаний з несприятливими ситуаціями, і для його оцінювання достатньо брати до уваги лише несприятливі відхилення від очікуваної величини, а не всі відхилення. Тому в неокласичній теорії портфеля за міру ризику пропонується взяти семіваріацію, яка для дискретної випадкової величини  $X$  обчислюється так:

$$SV(X) = SV_c^-(R_{\bar{i}}(\mathbf{w}; X)) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j (COV(R_k(\mathbf{w}); R_j(\mathbf{w})) - SCOV_c^+(R_k(\mathbf{w}); R_j(\mathbf{w}))),$$

де семіковаріаційна характеристика випадкових величин  $R_k(\mathbf{w})$  та  $R_j(\mathbf{w})$  вираховується за формулою:

$$\text{де } \beta_k^+(\mathbf{w}; X) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } R_k(\mathbf{w}; X) \geq c \\ 0, & \text{якщо } R_k(\mathbf{w}; X) < c, \end{cases} \text{ – індикатор сприятливих відхилень [5,6].}$$

Отже, для формування оптимальної структури портфеля за групами активів використано модифіковану задачу Марковіца з використанням семіваріації як міри ризику.

Розрахунок доходності для цінних паперів визначався таким чином:

$$\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{(1+d)^i} + \frac{H}{(1+d)^n} = P,$$

де  $S_i$  – очікуваний потік відсоткових виплат за цінним папером в  $i$ -й період;  $n$  – кількість періодів, протягом яких цінний папір приносить дохід;  $H$  – номінальна вартість цінного паперу;  $P$  – поточна ринкова вартість цінного паперу;  $d$  – доходність цінного паперу до моменту погашення (невідомо величина) [4].

Це дало нам можливість оцінити реальну структуру портфеля “Приватбанку”.

Таблиця 1. Інвестиційний портфель “Приватбанку” (портфель на продаж)

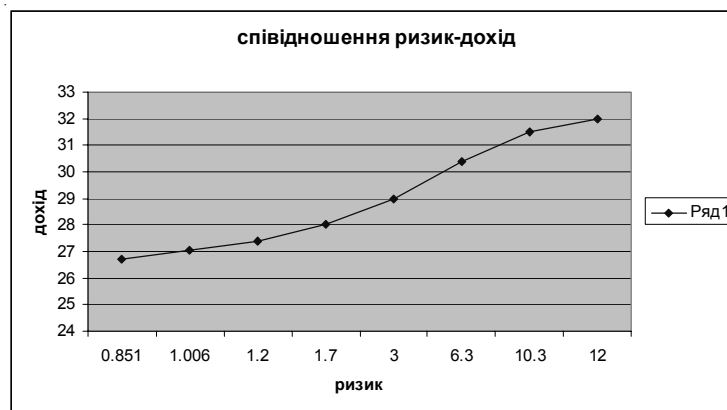
	на 1.01.2009			
	Доходність	Частка %	Сума, тис. грн	Частка %
Векселі	–	–	–	–
Акції корпорацій	32	19,1	47336	19,1
Облігації корпорацій	25,1	77,82	192861	77,82
Державні облігації	18,0	5,2	12897	5,2
Облігації місцевих позик	–	–	–	–
<b>Загалом портфель</b>	<b>26,58</b>	<b>100</b>	<b>205758</b>	<b>100</b>

Провівши моделювання оптимальної структури портфеля за допомогою пакету Mathcad, отримали такі результати:

Таблиця 2. Доходність та ризик портфелю (за оптимізаційною моделлю)

Ризик, %	Доходність, %	Структура портфеля, %				
		Акції корпорацій, %	Облігації корпорацій, %	Державні облігації, %	Векселі, %	Облігації місцевих позик, %
0,8	26,69	20	60,3	0	19,7	0
1	27,06	26,2	59,7	0	14,1	0
1,2	27,4	32,5	59,1	0	8,4	0
1,7	28	43,3	56,7	0	0	0
3	29	59,9	40,1	0	0	0
6,3	30,4	76,5	23,5	0	0	0
10,3	31,5	93,1	6,9	0	0	0
12	32	100	0	0	0	0
<b>Реальний розподіл</b>						
1,2	26,58	19,1	77,8	5,2	0	0

Для наочності побудуємо графік, що відображає залежність доходності від ризику за оптимальної структури портфеля. Портфель “Приватбанку” має доходність 26,58 % при рівні ризику 1,2, що не потрапляє на нашу криву оптимальної структури портфеля, але дуже близька до неї.



Отже, можна сказати, що розподіл активів “Приватбанку” є досить близьким до оптимального, проте його необхідно оптимізувати, збільшивши частку векселів у структурі портфеля та зменшивши частку державних облігацій.

**Висновки.** Наукова новизна статті полягає у використанні семіваріації як міри ризику для класичної моделі оптимального портфеля Г. Марковіца. Це нововведення дає змогу уникнути одного з недоліків класичної теорії – припущення, що коливання норми доходу портфеля в обидві сторони від сподіваної величини однаково небажані. Значимість статті полягає у можливості формування більш оптимальної структури інвестиційного портфеля банку, яка дозволить підвищити його доходність і знизити рівень портфельного ризику.

За результатами моделювання оптимальної структури інвестиційного портфеля комерційного банку “ПриватБанк” можна зробити висновок, що використання семіваріації як міри ризику є досить ефективним та дозволяє підвищити доходність оптимального портфеля. За допомогою цього інструмента під час дослідження отримано новий, більш оптимальний розподіл цінних паперів в інвестиційному портфелі банку, та винесено рекомендації з оптимізації його структури. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на усунення інших недоліків класичної моделі Марковіца, наприклад, прийняття гіпотези щодо стаціонарності норми доходу та ін.

#### Література:

1. Вітлінський В.В. Ризикологія в економіці та підприємстві : моногр. / В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко. – К. : КНЕУ, 2004. – 480 с.
2. Касимов Ю.Ф. Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг / Ю.Ф. Касимов. – М.: Финансы, 1998. – 342 с.
3. Шклярчук С.Г. Портфельное инвестирование. Теория и практика / С.Г. Шклярчук. – К.: Нора-принт, 2000. – 350 с.

4. Ястремская Е.Н. Стратегическое инвестирование предприятий / Е.Н. Ястремская, А.В. Строкович. – Х. : ХГАДТУ, 1999. – 181 с.
5. Паращук О.В. Кількісна оцінка інвестиційних ризиків / О.В. Паращук, Н.О. Целіна, О.Д. Мельниченко // Вісник економічної науки України. – 2009. – № 1. – С. 55–57.
6. Рідкокаша А.А. Використання математичного методу Value-At-Risk при оцінці й управлінні ризиком на підприємствах / А.А. Рідкокаша, Є.Ю. Катаєва, О.О. Чусов // Вісник ЧДТУ. – 2007. – № 1-2. – С. 18–24.